北里大学

2014年 薬学部 第5問　　1枚目／2枚　　数理 石井K

$\boxed{5}$ a を実数とし，関数 $f(x)$ を $f(x) = 2x^3 - 3(a+2)x^2 + 12ax$ で定める．

(1) $f(x)$ が極値をもつとき，その値は $\boxed{タ}$ である．　$-a^3+6a^2$ と $12a-8$

(2) $y = f(x)$ のグラフが a の値に関係なく通る点で，原点Oでないものを A とする．点 A の座標は $\boxed{チ}$ である．　$(4, 32)$

(3) 点 A を (2) で定めた点とする．線分 OA と $y = f(x)$ のグラフが 2 点 O，A 以外に共有点をもつ a の値の範囲は $\boxed{ツ} < a < \boxed{テ}$ である．　$\frac{2}{3}$　$\frac{10}{3}$

(4) $x \geqq 0$ を満たすすべての実数 x について，不等式 $f(x) \geqq 0$ が成り立つ a の値の範囲は $\boxed{ト} \leqq a \leqq \boxed{ナ}$ である．　$\frac{2}{3}$　6

(5) $a \geqq 3.5$ を満たすすべての実数 a について，方程式 $f(x) = k$ が 3 つの異なる実数解をもつ実数 k の値の範囲は $\boxed{ニ} < k < \boxed{ヌ}$ である．　32　34

(1) $f'(x) = 6x^2 - 6(a+2)x + 12a$

$= 6\{x^2 - (a+2)x + 2a\}$

$= 6(x-a)(x-2)$

$\therefore$ $f'(x) = 0$ が異なる 2 つの実数解をもつとき，$a \neq 2$ であり，

このとき，極値は，$f(2) = 12a - 8$，$f(a) = -a^3 + 6a^2$

$\therefore$ $\underline{-a^3 + 6a^2 \text{ と } 12a - 8}$ //

(2) $f(x) = 3a(4x - x^2) + 2x^2(x-3)$

$\therefore$ a の値に関係なく通る点は $(0, 0)$ と $\underline{(4, 32)}$ //

(3) 線分 OA：$y = 8x$ $(0 \leqq x \leqq 4)$

$\therefore$ $2x^3 - 3(a+2)x^2 + 12ax - 8x = 0$ を解くと，

$x\{2x^2 - 3(a+2)x + 12a - 8\} = 0$

$x(x-4)\{2x - (3a-2)\} = 0$　　$\therefore$ $x = 0, 4, \frac{3a-2}{2}$

$\therefore$ $0 < \frac{3a-2}{2} < 4$　$\Leftrightarrow$　$\underline{\frac{2}{3} < a < \frac{10}{3}}$ //

2枚目へつづく

北里大学

2014年 薬学部 第5問　　2枚目／2枚　　数理 石井K

5　aを実数とし，関数$f(x)$を$f(x)=2x^3-3(a+2)x^2+12ax$で定める．

(1) $f(x)$が極値をもつとき，その値は $\boxed{タ}$ である．

(2) $y=f(x)$のグラフがaの値に関係なく通る点で，原点Oでないものを A とする．点Aの座標は $\boxed{チ}$ である．

(3) 点Aを(2)で定めた点とする．線分OAと$y=f(x)$のグラフが2点O，A以外に共有点をもつaの値の範囲は $\boxed{ツ}<a<\boxed{テ}$ である．

(4) $x \geqq 0$を満たすすべての実数xについて，不等式$f(x) \geqq 0$が成り立つaの値の範囲は $\boxed{ト} \leqq a \leqq \boxed{ナ}$ である．

(5) $a \geqq 3.5$を満たすすべての実数aについて，方程式$f(x)=k$が3つの異なる実数解をもつ実数kの値の範囲は $\boxed{ニ}<k<\boxed{ヌ}$ である．

(4)

(i) $a>2$のとき

右の増減表より．$f(a) \geqq 0$であればよい

$\therefore -a^3+6a^2 \geqq 0 \iff a^2(a-6) \leqq 0$

$\therefore 2<a \leqq 6$

x	0	$\cdots$	2	$\cdots$	a	$\cdots$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	0	↗		↘		↗

(ii) $0<a<2$のとき．

右の増減表より．$f(2) \geqq 0$であればよい

$\therefore 12a-8 \geqq 0 \quad \therefore \frac{2}{3} \leqq a<2$

x	0	$\cdots$	a	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	0	↗		↘		↗

(iii) $a=2$のとき．$f'(x) \geqq 0$より．$f(x)$は単調増加

$\therefore f(x) \geqq f(0)=0$ となり 条件をみたす．

(iv) $a \leqq 0$のとき　$f(2)=12a-8<0$ より不適．

(i)〜(iv)より．$\underline{\frac{2}{3} \leqq a \leqq 6}$ //

(5) (4)の(i)より，3つの異なる実数解をもつとき．$a \geqq 3.5$をみたすすべての実数aに対し．

$f(a)<k<f(2) \iff -a^3+6a^2<k<12a-8$

$g(a)=-a^3+6a^2$とおくと　$g'(a)=-3a(a-4)$

右の増減表と．$12a-8 \geqq 34$ より　$\underline{32<k<34}$ //

a	3.5	$\cdots$	4	$\cdots$
$g'(a)$		$+$	0	$-$
$g(a)$		↗	32	↘