

2014年 商学部 第3問

3 次の の中を適当に補いなさい。

(1) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ とするとき、 $\sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + 3 \cos^2 \theta$ の最大値 M 、最小値 m を求めると $(M, m) =$. (2 + \sqrt{2}, 3)

(2) $2014 + \frac{2}{4} + \frac{3}{4^2} + \frac{4}{4^3} + \dots + \frac{n}{4^{n-1}}$ ($n \geq 2$) の値を求めると . → $\frac{18133}{9} - \frac{3n+4}{9 \cdot 4^{n-1}}$

(3) $0 \leq a \leq 3$ とするとき、 $\int_{-3}^3 |x(x-a)| dx$ の最大値 M と、それを与える a の値を求めると $(M, a) =$. (27, 3)

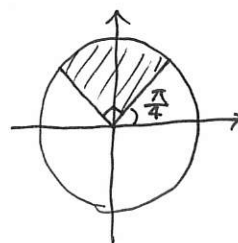
$$(1) \sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + 3 \cos^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2} + \sin 2\theta + 3 \cdot \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$

$$= \sin 2\theta + \cos 2\theta + 2$$

$$= \sqrt{2} \sin \left(2\theta + \frac{\pi}{4} \right) + 2$$

$$\frac{\pi}{4} \leq 2\theta + \frac{\pi}{4} \leq \frac{3}{4}\pi \text{ より}$$

$$M = 2 + \sqrt{2}, \quad m = 3 \quad \therefore (M, m) = (2 + \sqrt{2}, 3)$$



$$(2) S = \frac{2}{4} + \frac{3}{4^2} + \frac{4}{4^3} + \dots + \frac{n}{4^{n-1}} \text{ とおくと}$$

$$\rightarrow \frac{1}{4}S = \frac{2}{4^2} + \frac{3}{4^3} + \dots + \frac{n-1}{4^{n-1}} + \frac{n}{4^n}$$

$$\frac{3}{4}S = \frac{2}{4} + \left(\frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{4^{n-1}} \right) - \frac{n}{4^n}$$

$$= \frac{2}{4} + \frac{1}{12} - \frac{1}{3} \left(\frac{1}{4} \right)^{n-1} - \frac{n}{4^n}$$

$$\therefore S = \frac{7}{9} - \frac{3n+4}{9 \cdot 4^{n-1}}$$

$$\therefore (\text{㉞式}) = \frac{18133}{9} - \frac{3n+4}{9 \cdot 4^{n-1}}$$

$$(3) (\text{㉞式}) = \int_{-3}^0 x^2 - ax dx + \int_0^a -x^2 + ax dx + \int_a^3 x^2 - ax dx$$

$$= 18 + \frac{a^3}{3}$$

$$\therefore \text{最大値 } 27 \text{ (} a=3 \text{ のとき)} \quad \therefore (M, a) = (27, 3)$$

