埼玉大学

2016年 教育・経済学部 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ aを実数とする．xの方程式

$$\log_2(x-3)=\log_4(2x-a)$$

が異なる2つの実数解をもつためのaの条件を求めなさい．

真数は正より $x-3>0$ かつ $2x-a>0$

よって，$x>3$ かつ $x>\frac{a}{2}$ …①

①の条件のもとで，底の変換公式により

$$\log_2(x-3)=\frac{1}{2}\log_2(2x-a)$$

$$\therefore \log_2(x-3)^2=\log_2(2x-a)$$

$$\therefore (x-3)^2=2x-a$$

$$\therefore x^2-8x+9+a=0$$

これが①の範囲に異なる2つの実数解をもてばよい

$y=x^2-8x+9+a$ とおくと，このグラフの軸は $x=4$ であるから

①より，$\frac{a}{2}<4$　　$\therefore a<8$ …②

さらに $x^2-8x+9+a=0$ の判別式をDとすると

$\frac{D}{4}=(-4)^2-(9+a)>0$　$\therefore a<7$ …③

$f(x)=x^2-8x+9+a$ とおくと

$f(3)=9-24+9+a>0$　$\therefore a>6$ …④

$f\left(\frac{a}{2}\right)=\frac{a^2}{4}-8\cdot\frac{a}{2}+9+a>0$　$\therefore (a-6)^2>0$　$\therefore a\neq 6$ …⑤

②〜⑤より，$\underline{6<a<7}$ //