

2017年理系第5問

5 実数  $a, b, c$  に対して  $F(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1$ ,  $f(x) = x^2 + cx + 1$  とおく. また, 複素数平面内の単位円周から 2 点  $1, -1$  を除いたものを  $T$  とする.

- (1)  $f(x) = 0$  の解がすべて  $T$  上にあるための必要十分条件を  $c$  を用いて表せ.  
(2)  $F(x) = 0$  の解がすべて  $T$  上にあるならば,

$$F(x) = (x^2 + c_1x + 1)(x^2 + c_2x + 1)$$

を満たす実数  $c_1, c_2$  が存在することを示せ.

- (3)  $F(x) = 0$  の解がすべて  $T$  上にあるための必要十分条件を  $a, b$  を用いて表し, それを満たす点  $(a, b)$  の範囲を座標平面上に図示せよ.