

2018年理系第4問

4  $xyz$ 空間内において、連立不等式

$$\frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1, \quad |z| \leq 6$$

により定まる領域を  $V$  とし、2点  $(2, 0, 2)$ ,  $(-2, 0, -2)$  を通る直線を  $\ell$  とする。

- (1)  $|t| \leq 2\sqrt{2}$  を満たす実数  $t$  に対し、点  $P_t\left(\frac{t}{\sqrt{2}}, 0, \frac{t}{\sqrt{2}}\right)$  を通り  $\ell$  に垂直な平面を  $H_t$  とする。また、実数  $\theta$  に対し、点  $(2\cos\theta, \sin\theta, 0)$  を通り  $z$  軸に平行な直線を  $L_\theta$  とする。 $L_\theta$  と  $H_t$  との交点の  $z$  座標を  $t$  と  $\theta$  を用いて表せ。
- (2)  $\ell$  を回転軸に持つ回転体で  $V$  に含まれるものを考える。このような回転体のうちで体積が最大となるものの体積を求めよ。