

2014年 理工学部 第4問

4 Oを原点とする座標平面において、曲線 $C_1: y = \log x + \log t$ と曲線 $C_2: y = ax^2$ を考える。ただし $a$ と $t$ は正の実数である。曲線 $C_1$ と $C_2$ は共有点 $P$ を持ち、また、 $P$ における $C_1$ と $C_2$ の接線が一致するものとする。次の問いに答えよ。

- (1)  $P$ の $x$ 座標を $x_0$ とする。 $x_0, a, t$ の間に成立する関係式を書け。
- (2)  $x_0$ と $a$ をそれぞれ $t$ を用いて表せ。
- (3)  $P$ における $C_2$ の法線を $l$ とする。また、 $l$ と $x$ 軸の交点を $Q$ 、 $l$ と $y$ 軸の交点を $R$ とする。 $\triangle OQR$ の面積 $S(t)$ を求め、また、 $S(t)$ を最小とする $t$ の値を求めよ。
- (4)  $t$ が(3)で求めた値のとき、曲線 $C_1, C_2$ と $x$ 軸が囲む図形の面積を求めよ。