



2012年理学部第4問

4  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対し,

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^{2n} x \, dx$$

とおく.

- (1)  $I_n + I_{n+1}$  を計算せよ.
- (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n = 0$  を示せ.
- (3)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n+1}$  を求めよ.