

2015年理系第4問

4  $xy$  平面上を運動する点  $P$  の時刻  $t$  ( $t > 0$ ) における座標  $(x, y)$  が

$$x = t^2 \cos t, \quad y = t^2 \sin t$$

で表されている。原点を  $O$  とし、時刻  $t$  における  $P$  の速度ベクトルを  $\vec{v}$  とする。

- (1)  $\vec{OP}$  と  $\vec{v}$  のなす角を  $\theta(t)$  とするとき、極限值  $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t)$  を求めよ。
- (2)  $\vec{v}$  が  $y$  軸に平行になるような  $t$  ( $t > 0$ ) のうち、最も小さいものを  $t_1$ 、次に小さいものを  $t_2$  とする。このとき、不等式  $t_2 - t_1 < \pi$  を示せ。