

2018年理系第4問

4 xyz 空間内において、連立不等式

$$\frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1, \quad |z| \leq 6$$

により定まる領域を V とし、2点 $(2, 0, 2)$, $(-2, 0, -2)$ を通る直線を ℓ とする。

- (1) $|t| \leq 2\sqrt{2}$ を満たす実数 t に対し、点 $P_t\left(\frac{t}{\sqrt{2}}, 0, \frac{t}{\sqrt{2}}\right)$ を通り ℓ に垂直な平面を H_t とする。また、実数 θ に対し、点 $(2\cos\theta, \sin\theta, 0)$ を通り z 軸に平行な直線を L_θ とする。 L_θ と H_t との交点の z 座標を t と θ を用いて表せ。
- (2) ℓ を回転軸に持つ回転体で V に含まれるものを考える。このような回転体のうちで体積が最大となるものの体積を求めよ。