



2013年 医学部 第3問

3 実数を成分とする行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ は、 $A^3 - 3A + 2E = O$ 、 $A \neq -2E$ かつ $a + d \neq 2$ を満たすとする。ただし、 E は単位行列 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 、 O は零行列 $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ を表すとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) A は単位行列 E の実数倍ではないことを示せ。
- (2) $a + d$ 、 $ad - bc$ の値を求めよ。
- (3) A の逆行列を A^{-1} として、自然数 n に対して、実数 p_n 、 q_n を等式 $(A^{-1})^n = p_n A + q_n E$ で定める。さらに、 $r_n = q_n - 2p_n$ とするとき、数列 $\{r_n\}$ の一般項を求めよ。
- (4) 数列 $\{q_n\}$ の一般項を求めよ。