富山大学

2016年 経済・人間発達科学 第2問

$\boxed{2}$ 次の問いに答えよ．

(1) 2次方程式 $x^2+Ax+B=0$ の2つの解 α, β は

$$\alpha \fallingdotseq 0,\quad \beta \fallingdotseq 0,\quad \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=2,\quad \frac{1}{\alpha^3}+\frac{1}{\beta^3}=3$$

を満たすとする．このとき，A, B の値を求めよ．

(2) 2次方程式 $x^2+Cx+D=0$ の2つの解 γ, δ は

$$\gamma \fallingdotseq 0,\quad \delta \fallingdotseq 0,\quad |\gamma-\delta|=2,\quad \left|\frac{1}{\gamma}-\frac{1}{\delta}\right|=2$$

を満たすとする．このとき，C, D の値を求めよ．ただし，C, D は有理数である．

(1) 解と係数の関係より，$\alpha+\beta=-A$，$\alpha\beta=B$

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=2$ より $\frac{-A}{B}=2$ $\quad\therefore A=-2B \cdots ①$

$$\frac{1}{\alpha^3}+\frac{1}{\beta^3}=\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)^3-3\frac{1}{\alpha\beta}\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)$$
$$=2^3-3\cdot\frac{1}{B}\cdot 2$$
$$=8-\frac{6}{B}$$

$\therefore 8-\frac{6}{B}=3 \quad \therefore B=\frac{6}{5}\cdots ②$

①，②より，$\underline{A=-\frac{12}{5},\ B=\frac{6}{5}}$ //

(2) 解と係数の関係より，$\gamma+\delta=-C$，$\gamma\delta=D$

$|\gamma-\delta|=2$ より $(\gamma-\delta)^2=4$

$(\gamma-\delta)^2=(\gamma+\delta)^2-4\gamma\delta \quad \therefore C^2-4D=4 \cdots ③$

$$\left|\frac{1}{\gamma}-\frac{1}{\delta}\right|=\left|\frac{\delta-\gamma}{\gamma\delta}\right|=\left|\frac{-(\gamma-\delta)}{D}\right|=\frac{|\gamma-\delta|}{|D|}=\frac{2}{|D|}\quad \therefore D=\pm 1$$

$D=1$ のとき，③より $C=\pm 2\sqrt{2}$ 　Cは有理数なので不適

$D=-1$ のとき　$C=0$

$\therefore \underline{C=0,\ D=-1}$ //