

2016年医学部第1問

1 自然数 n のすべての正の約数の和を表す関数を $f(n)$ ，正の約数の個数を表す関数を $g(n)$ とおく。ただし，1 および n も n の正の約数であり $f(1) = g(1) = 1$ とする。例えば， $n = 12$ のとき， n の正の約数は 1, 2, 3, 4, 6, 12 なので

$$f(12) = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 12 = 28, \quad g(12) = 6$$

である。以下の問いに答えよ。

- (1) $f(24)$, $g(24)$ の値を求めよ。
- (2) $g(n)$ の値が奇数となる n は，ある自然数の平方であることを証明せよ。

以下の問題では， n は偶数とする。

- (3) m を正の整数とし， $n = 2^{m-1}(2^m - 1)$ とおく。このとき， $2^m - 1$ が素数ならば $f(n) = 2n$ となることを証明せよ。
- (4) 平方数ではない偶数 n が $f(n) = 2n$ を満たしているとする。このとき， n のすべての正の約数の逆数の和はある一定の数に等しいことを示し，その数を求めよ。