0001885184118999

神奈川大学

2014年 理系 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ $x>0$ に対して，曲線 $C: y=\dfrac{1}{x^2}$ 上の点 $\mathrm{P}\left(t,\ \dfrac{1}{t^2}\right)$ における接線を ℓ とし，ℓ と x 軸との交点を Q とする．また，点 $(t,\ 0)$ を H とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 接線 ℓ の方程式と点 Q の座標を求めよ．

(2) 三角形 PHQ の面積 S_1 を求めよ．

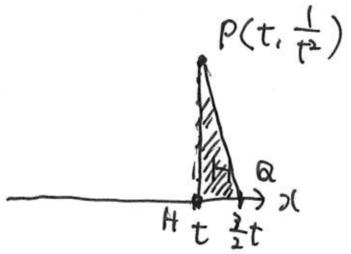
(3) 曲線 C，線分 PQ および Q を通る y 軸に平行な直線で囲まれた部分の面積を S_2 とする．このとき，$\dfrac{S_1}{S_2}$ を求めよ．

(1) $y' = -2\cdot\dfrac{1}{x^3} = -\dfrac{2}{x^3}$

$\therefore\ \ell: y = -\dfrac{2}{t^3}(x-t)+\dfrac{1}{t^2}$　　$\therefore\ \ell: \underline{y=-\dfrac{2}{t^3}x+\dfrac{3}{t^2}}$ //

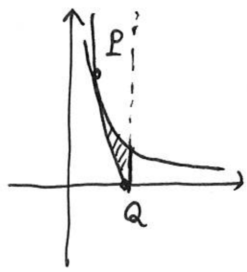
$-\dfrac{2}{t^3}x+\dfrac{3}{t^2}=0$ より

$-2x+3t=0$　　$\therefore\ \underline{\mathrm{Q}\left(\dfrac{3}{2}t,\ 0\right)}$ //



(2) $S_1=\left(\dfrac{3}{2}t-t\right)\times\dfrac{1}{t^2}\times\dfrac{1}{2}$

$=\underline{\dfrac{1}{4t}}$ //



(3) $S_2=\displaystyle\int_t^{\frac{3}{2}t}\frac{1}{x^2}+\frac{2}{t^3}x-\frac{3}{t^2}\,dx$

$=\left[-\dfrac{1}{x}+\dfrac{x^2}{t^3}-\dfrac{3}{t^2}x\right]_t^{\frac{3}{2}t}$

$=-\dfrac{2}{3t}+\dfrac{9}{4t}-\dfrac{9}{2t}+\dfrac{1}{t}-\dfrac{1}{t}+\dfrac{3}{t}$

$=\dfrac{1}{12t}$

$\therefore\ \dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{\frac{1}{4t}}{\frac{1}{12t}}=\underline{3}$ //