



2012年理系第3問

3 $A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$ ($b \neq 0$) が表す1次変換を f とする. 点 $P(c, 0)$ ($c > 0$) を考える. 次の問いに答えよ.

(1) 次の ① から ④ を数値でうめよ.

点 $Q(3, 4)$ を, 点 $R(1, 2)$ を中心として反時計まわりに $\frac{\pi}{3}$ だけ回転した点の座標は

$$\begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{3} & -\sin \frac{\pi}{3} \\ \sin \frac{\pi}{3} & \cos \frac{\pi}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 - \text{①} \\ 4 - \text{②} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{①} \\ \text{②} \end{pmatrix}$$

を計算することにより, (③, ④) である.

(2) $B = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{3} & -\sin \frac{\pi}{3} \\ \sin \frac{\pi}{3} & \cos \frac{\pi}{3} \end{pmatrix}$, $V = \begin{pmatrix} c \\ 0 \end{pmatrix} - A \begin{pmatrix} c \\ 0 \end{pmatrix}$, $O = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ とおく.

点 P を, 点 $f(P)$ を中心として反時計まわりに $\frac{\pi}{3}$ だけ回転した点が $(f \circ f)(P)$ と一致するという条件を A, B, V, O を用いて表すと, (⑤) $V = O$ と表すことができる. A と B を用いて ⑤ をうめよ.

(3) 3点 $P, f(P), (f \circ f)(P)$ が正三角形の3つの頂点をなすとき, a, b の値を求めよ.

(4) (3) の正三角形の1辺の長さが1になるとき, c の値を求めよ.