京都女子大学

2014年 文系 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ $f(x)=|x+1|-|x^2+x|$ とする．次の問に答えよ．

(1) 関数 $y=f(x)$ のグラフをかけ．

(2) 関数 $y=f(x)$ $(-2 \leqq x \leqq 2)$ の最大値および最小値を求めよ．

(3) 定数 a を $0 \leqq a \leqq 2$ とするとき，方程式 $f(x)=a$ の解を求めよ．

(1) $f(x)=|x+1|-|x(x+1)|$

(i). $x<-1$ のとき．

$f(x)=-x-1-(x^2+x)$

$=-x^2-2x-1$

$=-(x+1)^2$

(ii) $-1 \leqq x<0$ のとき．

$f(x)=x+1+x^2+x$

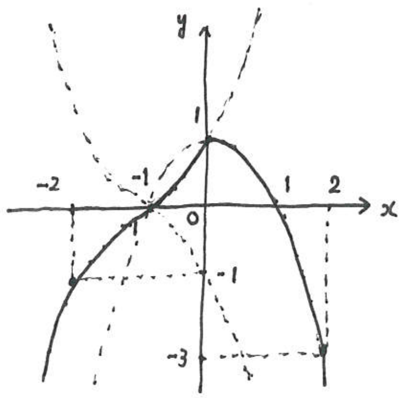
$=(x+1)^2$

(iii) $x \geqq 0$ のとき．

$f(x)=x+1-x^2-x$

$=-x^2+1$

(i)～(iii) よりグラフは次のようになる



(2) (1)のグラフより．

最大値は 1 $(x=0$ のとき$)$．最小値は -3 $(x=2$ のとき$)$ //

(3) (1)のグラフより．$y=a$ との交点が解を表すので

(i) ~~$a>1$~~ $1<a \leqq 2$ のとき 解なし

(ii) $a=1$ のとき 解 $x=0$

(iii) $0 \leqq a<1$ のとき．

$(x+1)^2=a$ $\therefore x+1=\sqrt{a}$ $\therefore x=-1+\sqrt{a}$

$-x^2+1=a$ $\therefore x^2=1-a$ $\therefore x=\sqrt{1-a}$

以上より．$x=-1+\sqrt{a}$，$\sqrt{1-a}$

~~(iv) $a<0$ のとき．~~

~~$-(x+1)^2=a$ $(x+1)^2=-a$~~

~~$\therefore x+1=-\sqrt{-a}$ $\therefore x=-1-\sqrt{-a}$~~

~~$-x^2+1=a$ $\therefore x^2=1-a$ $\therefore x=\sqrt{1-a}$~~

(i)～~~(iv)~~ (iii) より 解は

~~$a>1$~~ $1<a \leqq 2$ のとき 解なし

$a=1$ のとき $x=0$

$0 \leqq a<1$ のとき．$x=-1+\sqrt{a}$，$\sqrt{1-a}$

~~$a<0$ のとき．$x=-1-\sqrt{-a}$，$\sqrt{1-a}$~~ //