



2012 年 政治経済学部 第3問

3 xy 平面上の曲線 $C: y = x^2$ 上に、原点 O と異なる 2 つの点 $P(s, s^2)$, $Q(t, t^2)$ がある。ただし、 $s \neq t$ とする。曲線 C 上の P , Q におけるそれぞれの接線を ℓ_1 , ℓ_2 とし、 ℓ_1 , ℓ_2 の x 軸との交点をそれぞれ P_0 , Q_0 とする。このとき、次の各設問の にふさわしい解を求め、解答欄に記入せよ。

(1) P_0 の座標は (,) となり、 Q_0 の座標は (,) となる。

(2) ℓ_1 と ℓ_2 の交点 R の座標は (,) である。

(3) P_0 , Q_0 , R を通る円の方程式を

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = c^2 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

とおく。円の方程式 $\textcircled{1}$ が P_0 , Q_0 を通ることと、 $P_0 \neq Q_0$ であることから

$$s + t = \text{} \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

となる。

(4) 円の方程式 $\textcircled{1}$ が P_0 と R を通ることと、 $\textcircled{2}$ と $s \neq 0$ であることから、 s , t , a , b の満たす式は

$$\text{} = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

となる。同じく Q_0 と R を通ることと、 $\textcircled{2}$ と $t \neq 0$ であることから、 s , t , a , b の満たす式は

$$\text{} = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

となる。 $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$, $\textcircled{4}$ より、 $a \neq 0$ のとき

$$st = \text{} \quad \cdots \cdots \textcircled{5}$$

を得る。同じく $a = 0$ のときも $\textcircled{5}$ が成り立つことがわかる。

(5) 円の方程式 $\textcircled{1}$ が R を通ることを a , b , c を用いて表わすと

$$\text{} \quad \cdots \cdots \textcircled{6}$$

となる。このことは、 $\textcircled{1}$ が定点 (,) を通ることを意味する。