



2010年理学部(数理)第3問

3 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対して $\Delta = ad - bc$ とおく。このとき、行列

$$S = \begin{pmatrix} s-2 & 4-s \\ 4-s & 2-s \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} 1-t & t^2-1 \\ t+1 & t-1 \end{pmatrix}$$

について、次の問に答えよ。

(1) S が $\Delta = -2$ を満たすとき、次の (i), (ii), (iii) に答えよ。

(i) S を求めよ。

(ii) S^2 を求めよ。

(iii) $S + S^2 + \cdots + S^{2n-1} + S^{2n}$ を求めよ。ただし、 n は自然数とする。

(2) S が $\Delta = 0$ を満たすとき、次の (i), (ii), (iii) に答えよ。

(i) T を求めよ。

(ii) T^2 を求めよ。

(iii) $(E + T)^n$ を求めよ。ただし、 E は2次の単位行列とし、 n は自然数とする。