



2012年 医学部 第3問

3 自然数  $n$  に対して

$$S(x) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} x^{2k-2}, \quad R(x) = \frac{(-1)^n x^{2n}}{1+x^2}$$

とする。さらに  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 等式  $\int_0^1 S(x) dx = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \frac{1}{2k-1}$  が成り立つことを示せ。
- (2) 定積分  $\int_0^1 f(x) dx$  の値を求めよ。
- (3) 等式  $S(x) = f(x) - R(x)$  が成り立つことを示せ。
- (4) 不等式  $\left| \int_0^1 R(x) dx \right| \leq \frac{1}{2n+1}$  が成り立つことを示せ。
- (5) 無限級数  $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$  の和を求めよ。