



2017年工学部・理学部（その他）第3問

3 実数全体で定義された関数

$$f(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2}$$

について、次の問いに答えよ。

- (1)  $f'(x)$ ,  $f''(x)$ を求めよ。
- (2)  $y = f(x)$ の増減, 極値, グラフの凹凸および変曲点を調べて, そのグラフをかけ。
- (3)  $y = f(x)$ のとき,  $2^x$ を $y$ を用いて表せ。
- (4)  $f(x)$ の逆関数 $f^{-1}(x)$ を求めよ。
- (5)  $a > 0$ とするとき, 極限

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \{f^{-1}(af(x)) - x\}$$

を求めよ。