

2012年 生命環境（環境・情報）第4問

4  $n$ を自然数とする．整数を成分にもつ行列

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & x \\ y & z \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

は  $AB = BA$ ,  $B^2 - 3B + 2E = O$  を満たすとする．ただし  $x \neq y$  とする．以下の問いに答えよ．

- (1)  $a > b > c > d$ ,  $bc > 0$  かつ  $A^2 = 18E$  のとき,  $a, b, c, d$  の値をすべて求めよ.
- (2)  $B^n = p_n B + q_n E$  で定まる数列  $\{p_n\}$ ,  $\{q_n\}$  の一般項をそれぞれ求めよ.
- (3)  $a = 3, b = 2, c = -4, d = -3$  のとき,  $x, y, z$  の値および  $(AB)^{2n}$  を求めよ.