



2016年 医学部 第1問

1 関数 $f(x)$, $g(x)$ に対して, $h(x) = \int_0^x f(x-t)g(t) dt$ で定義される関数 $h(x)$ を $(f * g)(x)$ と書くことにする. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) $(f * g)(x) = (g * f)(x)$ が成り立つことを示せ.

(2) $g(x) = e^{-x}$ とし, 関数 $f_1(x)$, $f_2(x)$, \dots を

$$f_1(x) = 1 - e^{-x}, \quad f_n(x) = (f_{n-1} * g)(x) \quad (n = 2, 3, \dots)$$

によって定義する.

(i) 整数 n が 2 以上のとき, $f_n'(x)$ を $f_n(x)$, $f_{n-1}(x)$ を用いて表せ.

(ii) $h_n(x) = e^x f_n'(x)$ ($n = 1, 2, \dots$) とおくと, 3 以上の整数 n に対して, $h_n'(x)$ を $h_{n-1}(x)$ を用いて表せ.

(iii) $h_n(x)$ を求めよ.