2014年 工学部 第3問

3 a, b は定数とする．関数 $f(x) = e^{-x}\sin x$, $g(x) = e^{-x}(a\cos x + b\sin x)$ について，次の問いに答えよ．

(1) すべての x に対して $\dfrac{d}{dx}g(x) = f(x)$ となるように a, b の値を定めよ．

(2) $(2k-1)\pi \leqq x \leqq 2k\pi$ $(k = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ の範囲で，曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積 S_k を k の式で表せ．

(3) 極限 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} S_k$ を求めよ．