

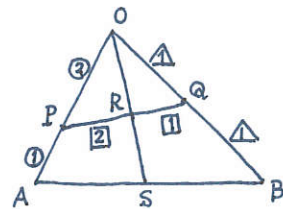
2015年工学部第2問

2 $\triangle OAB$ において、辺 OA を $2:1$ に内分する点を P 、辺 OB の中点を Q 、線分 PQ を $2:1$ に内分する点を R とし、線分 OR の延長が辺 AB と交わる点を S とする。このとき、 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ として、次の問いに答えよ。

- (1) \vec{OR} を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表せ。
 (2) \vec{OS} を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表せ。
 (3) 線分 OQ を $3:2$ に外分する点を T とするとき、3点 P 、 S 、 T は一直線上にあることを示せ。

(1) $\vec{OP} = \frac{2}{3}\vec{a}$ 、 $\vec{OQ} = \frac{1}{2}\vec{b}$ より

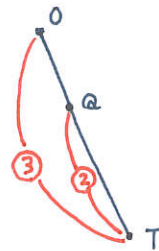
$$\vec{OR} = \frac{1 \cdot \frac{2}{3}\vec{a} + 2 \cdot \frac{1}{2}\vec{b}}{2+1} \quad \therefore \vec{OR} = \frac{2}{9}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} //$$



(2) $\vec{OS} = k\vec{OR}$ より、 $\vec{OS} = \frac{2}{9}k\vec{a} + \frac{1}{3}k\vec{b}$

S は辺 AB 上の点より、 $\frac{2}{9}k + \frac{1}{3}k = 1 \quad \therefore \frac{5}{9}k = 1 \quad \therefore k = \frac{9}{5}$

よって、 $\vec{OS} = \frac{2}{5}\vec{a} + \frac{3}{5}\vec{b} //$



(3) $\vec{OT} = 3\vec{OQ} = 3 \cdot \frac{1}{2}\vec{b} = \frac{3}{2}\vec{b}$

$$\begin{aligned} \vec{PS} &= \vec{OS} - \vec{OP} \\ &= \frac{2}{5}\vec{a} + \frac{3}{5}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{a} \\ &= -\frac{4}{15}\vec{a} + \frac{3}{5}\vec{b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{PT} &= \vec{OT} - \vec{OP} \\ &= -\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{b} \end{aligned}$$

$\therefore \vec{PT} = \frac{5}{2}\vec{PS}$ となり、3点 P 、 S 、 T は一直線上にある \square