

2012年工学部第3問

3 a は定数で $a > 1$ とする. 関数 $f(x) = \frac{a}{1 + (a-1)e^{-x}}$ について, 次の問いに答えよ.

(1) 不等式 $0 < f(x) < a$ が成り立つことを示せ. また, 極限 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ および $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ を求めよ.

(2) $a = 3$ のとき, $y = f(x)$ のグラフの概形を, 極値および変曲点を調べてかけ.

(3) p は定数で $p < 0$ とする. $a = 3$ のとき, 定積分 $I(p) = \int_p^0 f(x) dx$ を求めよ. また, 極限 $\lim_{p \rightarrow -\infty} I(p)$ を求めよ.