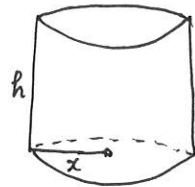




2014年人文社会科学第1問

1 直円柱に対して、底面の半径を x 、高さを h 、表面積（側面積と2つの底面積の合計）を S 、体積を V で表すことにする。ただし、 $x > 0$ 、 $h > 0$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) S を x と h を用いて表せ。
- (2) h を x と S を用いて表せ。また、 V を x と S を用いて表せ。
- (3) S が一定のもとで、 V が最大になるときの x の値を求めよ。
- (4) S が一定のもとで、 V が最大になるときの x と h の比、すなわち $x:h$ を求めよ。



$$\begin{aligned} (1) \quad S &= \pi x^2 \times 2 + 2\pi x \cdot h \\ &= 2\pi x^2 + 2\pi h x \end{aligned}$$

$$(2) \quad (1) \text{より} \quad h = \frac{S}{2\pi x} - x$$

$$V = \pi x^2 \times h = \frac{xS}{2} - \pi x^3$$

$$(3) \quad V' = \frac{S}{2} - 3\pi x^2 = \frac{S - 6\pi x^2}{2}$$

$$\therefore x = \sqrt{\frac{S}{6\pi}}$$

x	(0)	...	$\sqrt{\frac{S}{6\pi}}$...
V'		+	0	-
V		↗	$\frac{S\sqrt{S}}{6\sqrt{3}\pi}$	↘

極大

$$\begin{aligned} (4) \quad (2)(3) \text{より} \quad h &= \frac{S}{2\pi} \sqrt{\frac{6\pi}{S}} - \sqrt{\frac{S}{6\pi}} \\ &= \frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{S}}{2\sqrt{\pi}} - \sqrt{\frac{S}{6\pi}} \\ &= \left(\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{6} \right) \cdot \sqrt{\frac{S}{\pi}} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \sqrt{\frac{S}{\pi}} \end{aligned}$$

$$\therefore x:h = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{\frac{S}{\pi}} : \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \sqrt{\frac{S}{\pi}} = 1:2$$