0002047812597999

立教大学

2014年 現代心理（心理）・コミュ（コミュ）・観光（交流）・経営 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ C_1 を半径1の円とする．円 C_1 に内接する正方形を S_1 とする．正方形 S_1 に内接する円を C_2 とする．以下同様に，円 C_n に内接する正方形を S_n とし，正方形 S_n に内接する円を C_{n+1} とする．このとき，次の問に答えよ．

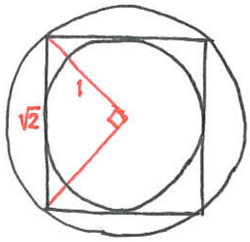
(1) 円 C_2 の半径を r_2 とする．r_2 を求めよ．

(2) 円 C_n の半径を r_n とする．r_n を n の式で表せ．

(3) 正方形 S_n の面積を A_n とし，$T_n = A_1 + A_2 + A_3 + \cdots + A_n$ とする．T_n を n の式で表せ．

(4) T_n が円 C_1 の面積よりも大きくなるような自然数 n のうち，最小のものを求めよ．

(1) 右図より，S_1 の1辺の長さは $\sqrt{2}$



$\therefore\ \underline{r_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}}$ //

(2) $r_1 = 1,\ r_2 = \frac{\sqrt{2}}{2},\ r_3 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2,\ \cdots$ となるので

$\{r_n\}$ は初項 1，公比 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ の等比数列 $\therefore\ \underline{r_n = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}}$ // $(n=1,2,\cdots)$

(3) $A_n = (\sqrt{2}r_n)^2 = 2r_n^2 \qquad \therefore\ A_n = \frac{1}{2^{n-2}}$

$\therefore\ T_n = 2 + 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{2^{n-2}} = \frac{2\left(1-\frac{1}{2^n}\right)}{1-\frac{1}{2}} = \underline{4\left(1-\frac{1}{2^n}\right)}$ //

(4) $4\left(1-\frac{1}{2^n}\right) > \pi$

$\therefore\ 1-\frac{1}{2^n} > \frac{\pi}{4}$

$\therefore\ 2^n > \frac{1}{1-\frac{\pi}{4}} = \frac{4}{4-\pi}$

ここで $\underset{\underset{4.65}{\vee}}{\frac{4}{4-3.14}} < \frac{4}{4-\pi} < \underset{\underset{4.71}{\wedge}}{\frac{4}{4-3.15}}$

$\therefore\ \underline{n=3}$ //