



2014年理系第3問

3 a, b を正の定数とし、関数

$$f(x) = \frac{1}{e^{\frac{x-a}{b}} + 2} \quad (x > 0)$$

を考える。

(1) $x > a$ のとき、 $\lim_{b \rightarrow +0} f(x) = \boxed{\text{ア}}$ であり、 $x < a$ のとき、 $\lim_{b \rightarrow +0} f(x) = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

(2) 曲線 $y = f(x)$ の点 $(a, f(a))$ における接線の方程式は、 $y = \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}b}x + \frac{a + \boxed{\text{キ}}b}{\boxed{\text{ク}}b}$ である。

(3) $b = \frac{1}{3}$ とする。 $t = e^{3(x-a)}$ とおくと、 $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\boxed{\text{ケ}}t}$ であり、正の定数 c に対して、

$$\int_a^{a+c} f(x) dx = \frac{1}{\boxed{\text{コ}}} \log \left(\frac{\boxed{\text{サ}} e^{3c}}{e^{3c} + \boxed{\text{シ}}} \right)$$

となる。また、正の定数 p, q が、 $\int_{a-q}^{a+p} f(x) dx = \frac{4}{3}p$ を満たすとき、

$$q = \frac{1}{\boxed{\text{ス}}} \log \left(\frac{e^{\boxed{\text{セ}}} p + \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{チ}}} e^{\boxed{\text{タ}}} p - 1}{\boxed{\text{チ}}} \right)$$

となる。