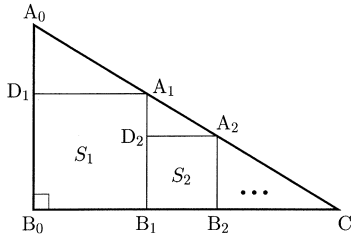
豊橋技術科学大学

2011 年 工学部 第 1 問

1 三角形 A_0B_0C は辺 A_0B_0 の長さが a，$\angle A_0 = 60°$，$\angle B_0 = 90°$ の直角三角形であり，三角形 $A_0'B_0'C'$ は辺 $A_0'B_0'$ の長さが a，$\angle A_0' = 45°$，$\angle B_0' = 90°$ の直角三角形である．右図に示すように三角形 A_0B_0C の 3 つの辺上にそれぞれ点 D_1，A_1，B_1 をとり，正方形 $B_0D_1A_1B_1$ を作る．次に，三角形 A_1B_1C の 3 つの辺上に点 D_2，A_2，B_2 をとり，正方形 $B_1D_2A_2B_2$ を作る．これを繰り返し，正方形 $B_{j-1}D_jA_jB_j$ を作る．その正方形の面積を S_j とおく．ただし，$j = 1, 2, \cdots$ である．同様な操作で，三角形 $A_0'B_0'C'$ にも正方形 $B_{j-1}'D_j'A_j'B_j'$ を作り，その正方形の面積を S_j' とおく．これらの図形について以下の問いに答えよ．



(1) S_1 を a を用いた式で示せ．

(2) S_j を a と j を用いた式で示せ．

(3) 三角形 A_0B_0C 内に正方形を描くことを無限に繰り返すとき，正方形の面積の総和 S_T が三角形 A_0B_0C の面積 S_0 に占める割合を求めよ．

(4) $c_j = \dfrac{S_{j+2}}{S_j'}$ で定義される一般項 c_j を持つ無限級数は，収束するか発散するかを，根拠を式で示した上で答えよ．