

2014年 国際文理 (国際教養) 第1問



1 新しく購入した機械は、購入1年目から1年間隔で4回の定期検査を受けることになっている。検査で異常が見つかる確率は毎回同じで p ($0 < p < 1$) である。定期検査で異常が見つかった場合のみ修理が行われる。検査は無料であるが、修理は有料である。1年目の検査で異常が見つかった場合の修理費用は80000円であり、 r 年目 ($r = 2, 3, 4$) の検査で異常が見つかった場合の修理費用は

$$\begin{cases} 80000 \times r (\text{円}), & \text{ただし, 前回までの検査で異常なしの場合} \\ 0 (\text{円}), & \text{ただし, 前回までの検査で修理を受けている場合} \end{cases}$$

である。以下の問に答えなさい。

- (1) $r = 1, 2, 3, 4$ とする。 r 年目の検査で初めて異常が見つかる確率 P と r 年目の検査が終わるまで異常が見つからない確率 Q とをそれぞれ r と p を用いた式で表しなさい。
- (2) 購入してから4年目の検査が終わるまでの修理費用を X で表す。 X のとり得る値とその確率を表にし、 X の期待値を p の式で表しなさい。
- (3) $p = 0.1$ とする。購入時に4年間保証として70000円を支払うと、修理費用は無料となる。4年間保証に加入することと、修理時に費用を支払うのとでは、どちらが得であるかを X の期待値を計算して検討しなさい。

$$(1) r=1 \text{ のとき } P = p, \quad r=2, 3, 4 \text{ のとき } P = (1-p)^{r-1} \cdot p$$

$$\text{これは } r=1 \text{ のときも成り立つので, } \underline{P = (1-p)^{r-1} \cdot p} //$$

$$\text{また, } \underline{Q = (1-p)^r} //$$

X	0	80000	160000	240000	320000
$P(X)$	$(1-p)^4$	p	$(1-p)p$	$(1-p)^2 p$	$(1-p)^3 p$

(2) 右の表より

$$\begin{aligned} E(X) &= 80000 (p + 2(1-p)p + 3(1-p)^2 p + 4(1-p)^3 p) \\ &= \underline{80000 p (-4p^3 + 15p^2 - 20p + 10)} // \end{aligned}$$

$$(3) (2) \text{ の式に } p = 0.1 \text{ を代入すると } E(X) = 65168 < 70000$$

∴ 修理時に費用を支払う方が得 //