

2010年工学部第1問

1 平面上の点 P_n, Q_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) を次のように定める.

$P_1(0, 0), Q_1(0, 1)$ とする. P_n, Q_n が定められているとして, Q_n を中心に P_n を時計回りに $\frac{\pi}{2}$ 回転させた点を P_{n+1} とする. さらに, P_{n+1} を中心に Q_n を反時計回りに $\frac{\pi}{2}$ 回転させた点と P_{n+1} の中点を Q_{n+1} とする. このとき, 以下の問いに答えなさい.

- (1) P_2, P_3 の座標を求めなさい.
- (2) すべての P_n を通る直線の方程式を求めなさい.
- (3) 線分 P_nQ_n の長さを n の式で表しなさい.
- (4) P_n の x 座標を x_n とおく. x_n を n の式で表しなさい.
- (5) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ を求めなさい.