

2011年工学部第4問



4 別々に製造される部品 A と部品 B を 1 個ずつ組み合わせて製造する製品がある。製品の不良は各部品の不良のみに由来し、部品 A に不良が生じる確率は $\frac{1}{9}$ 、部品 B に不良が生じる確率は $\frac{1}{4}$ である。製品を製造した後、検査するまで各部品が不良であるかどうかは分からないとする。以下の問いに答えよ。

- (1) 合格品（不良が無い製品）が製造される確率を求めよ。
 (2) 製品を 5 個製造した後、検査を行ったとき、4 個以上が合格品である確率を求めよ。
 (3) この製品 1 個の販売価格は 1,200 円である。また、部品 A の 1 個あたりの製造費用は 300 円であり、部品 B の 1 個あたりの製造費用は 100 円である。製品 1 個あたりの利益は、以下の式で計算される。

$$(\text{製品 1 個あたりの利益}) = (\text{販売価格}) - (\text{製品 1 個あたりの費用})$$

製品 1 個あたりの費用が部品 A と B の製造費用のみと考えてよいとき、製品 1 個あたりの利益の期待値を求めよ。なお、不良品（不良のある製品）は販売しないため、上式の（販売価格）項が 0 となり負の利益（損失）が生じることを考慮せよ。

- (4) 新たに工作機械を導入することで、部品 B に不良が生じる確率を $\frac{1}{8}$ にすることができる。しかし、この工作機械の導入費用として 500,000 円が必要であり、これに加えて部品 B の 1 個あたりの製造費用は 100 円増加する。10,000 個製品を製造するとき、工作機械を導入する場合としない場合でどちらが有利か、工作機械を導入する場合の製品 1 個あたりの利益の期待値を示した上で判定せよ。ただし、工作機械の導入費用は 10,000 個の製品の製造でまかなうものとする。また、販売価格および部品 A の製造費用は (3) と同じとする。

(1) A, B とともに不良でなければよいので、 $(1 - \frac{1}{9}) \times (1 - \frac{1}{4}) = \frac{2}{3}$ //

(2) すべて合格品であるのは、(1) より $(\frac{2}{3})^5 = \frac{32}{243}$

ちょうど 4 個合格品であるのは、 $(\frac{2}{3})^4 \times (\frac{1}{3}) \times 5C1 = \frac{80}{243}$

よって、 $\frac{32}{243} + \frac{80}{243} = \frac{112}{243}$ //

(3) 合格品の利益は、 $1200 - (300 + 100) = 800$ 円。不良品は -400 円。

よって、 $800 \times \frac{2}{3} + (-400) \times \frac{1}{3} = 400$ 円 //

(4) 工作機械を導入する場合、合格品の利益は、 $1200 - (300 + 200) = 700$ 円。

不良品は -500 円。合格品が生じる確率は、 $(1 - \frac{1}{9}) \times (1 - \frac{1}{8}) = \frac{7}{9}$

∴ 期待値は、 $700 \times \frac{7}{9} + (-500) \times \frac{2}{9} = \frac{1300}{3} \div 433$ 円。

ただし、導入費用を 10000 個でゆると、50 円/個なので $433 - 50 = 383$ 円

∴ 導入しない場合が有利 //