2015 年 工学部 第 3 問

3 二次関数 $f(x) = x^2 + ax + b$ に関する以下の問いに答えよ．ただし，関数 $f(x)$ の導関数を $f'(x)$ とする．

【補足説明】(2)〜(5) は，(1) で得られた $f(x)$ を用いて解答すること．

(1) $f(x)$ が $2f(x) = xf'(x) + 6$ を満たすとき，$a = 0$，$b = 3$ となることを示せ．

(2) 点 $(0,\ -1)$ から曲線 $y = f(x)$ に引いた 2 本の接線が，$L_1 : y = 4x - 1$，$L_2 : y = -4x - 1$ になることを示せ．

(3) 2 本の接線 L_1，L_2 のなす角のうち鋭角を θ とするとき，$\cos\theta$ の値を求めよ．

(4) 曲線 $y = f(x)$ と 2 本の接線 L_1，L_2 で囲まれた部分の面積を求めよ．

(5) 曲線 $y = f(x)$ と 2 本の接線 L_1，L_2 で囲まれた部分を，y 軸のまわりに 1 回転して得られる回転体の体積を求めよ．