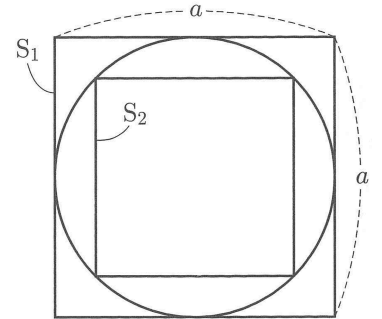


2016年工学部第1問

1 1辺の長さが  $a$  の正方形  $S_1$  に内接する円を描き、この円に内接する正方形  $S_2$  を描いて、正方形  $S_1$  から正方形  $S_2$  を除いた領域  $B_1$  を黒く塗る。次に正方形  $S_2$  に内接する円を描き、この円に内接する正方形  $S_3$  を描いて、正方形  $S_2$  から正方形  $S_3$  を除いた領域  $W_1$  を白く塗る。同様に  $m$  番目の正方形  $S_m$  の内接円に内接する正方形  $S_{m+1}$  を描き、正方形  $S_m$  から正方形  $S_{m+1}$  を除いた領域を黒、白、黒、白と交互に塗ることを繰り返す。ただし、 $m$  は自然数であるとする。以下の問いに答えよ。



- (1)  $S_1$  から  $S_2$  を除いた黒い領域  $B_1$  の面積を  $a$  を用いて表せ。
- (2)  $S_2$  から  $S_3$  を除いた白い領域  $W_1$  の面積を  $a$  を用いて表せ。
- (3) 1番目の黒い領域  $B_1$  から  $n$  番目の黒い領域  $B_n$  までの面積の和を  $a$  と  $n$  を用いて表せ。ただし、 $n$  は自然数であるとする。
- (4) 黒い領域  $B_1$  から  $B_n$  までの面積の和において、 $n \rightarrow \infty$  としたときの極限  $P$  を  $a$  を用いて表せ。
- (5) 1番目の白い領域  $W_1$  から  $n$  番目の白い領域  $W_n$  までの面積の和を求め、 $n \rightarrow \infty$  としたときの極限  $Q$  を  $a$  を用いて表せ。次に  $\frac{P}{Q}$  の値を求めよ。