2015年 工学部 第2問

$\boxed{2}$ 図1が示すように，平面上に互いに異なる5点O，A，B，C，Dがある．ただし，Oは原点であり，他の4点の位置ベクトルを $\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\vec{c}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}$，$\vec{d}=\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ とする．媒介変数 t $(0 \leqq t \leqq 1)$ を用いて，線分AB，BC，CDを $t:1-t$ に内分する点をそれぞれE，F，Gとする．同様に，線分EF，FGを $t:1-t$ に内分する点をそれぞれH，Iとする．さらに，線分HIを $t:1-t$ に内分する点をJとし，t が0から1まで変化するときの点Jの軌跡を曲線 K とする（図1参照）．以下の問いに答えよ．

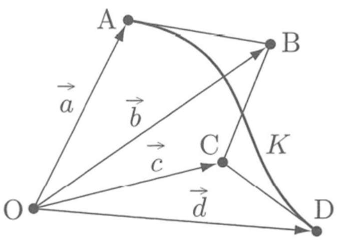

図1

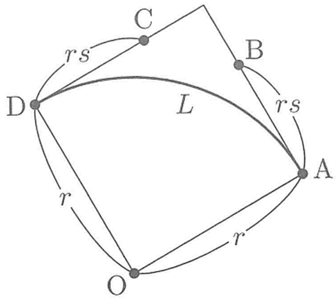

図2

(1) $\vec{a}$，$\vec{b}$ および t を用いて位置ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ を表せ．

(2) $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$ および t を用いて位置ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OJ}}$ を表せ．

(3) 特殊な条件として，一辺が r の正方形上に図2に示すように点O，A，B，C，Dを配置する．さらに，中心がOで端点をA，Dとする円弧を L とする．線分ABと線分CDの長さはともに半径 r の s 倍 $(0 \leqq s \leqq 1)$ である．このとき，$\vec{a}$，$\vec{d}$ および s を用いてベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を表せ．

(4) (3)において，$t=\dfrac{1}{2}$ のときの点Jに対応する点を特に点Mとするとき，点Mが円弧 L 上にあるための条件を s の値で示せ．