0001884725118999

2014年 スポーツ科学学部 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ 原点をOとする空間に点A(1, 1, 1)，点B(1, 2, 3)，点P(4, 0, −1)がある．線分ABを直径とする円のうち，直線OAと2点で交わるものを円Sとし，点A以外の交点をCとする．

(1) 点Cの座標は（$\boxed{チ}$, $\boxed{ツ}$, $\boxed{テ}$）である．

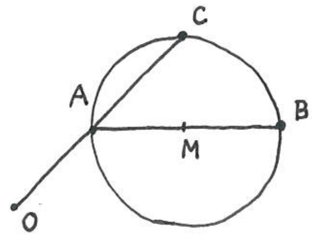
2　2　2

(2) 円Sを含む平面と，点Pからこの平面におろした垂線との交点の座標は$\left(\dfrac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}, \boxed{ニ}, -\dfrac{3}{2}\right)$である．

7　2　1

(1) 3点O, A, Cは同一直線上にあるので，

$\overrightarrow{OC} = k\overrightarrow{OA}$ （k：実数）と表せる　∴ C(k, k, k)



また，線分ABの中点をMとおくと．Mは円の中心であり，

M$\left(1, \frac{3}{2}, 2\right)$となる．∴ 円の半径$r$は．

$r = |\overrightarrow{AM}| = \sqrt{0^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

また，$\overrightarrow{CM} = \left(1, \frac{3}{2}, 2\right) - (k, k, k)$ より $|\overrightarrow{CM}| = \sqrt{(1-k)^2 + \left(\frac{3}{2} - k\right)^2 + (2-k)^2}$

$|\overrightarrow{CM}| = r$ より $|\overrightarrow{CM}|^2 = r^2 = \frac{5}{4}$　∴ $3k^2 - 9k + 6 = 0$

A ≠ C より $k \neq 1$ なので $k = 2$　∴ $\underline{C(2, 2, 2)}$ //

(2) $\overrightarrow{OH} = l\overrightarrow{OA} + m\overrightarrow{OB}$ と表せる（∵ HはSを含む平面上の点より）

∴ $\overrightarrow{OH} = (l+m, l+2m, l+3m)$

∴ $\overrightarrow{PH} = \overrightarrow{OH} - \overrightarrow{OP} = (l+m-4, l+2m, l+3m+1)$

∴ $\overrightarrow{PH} \cdot \overrightarrow{OA} = 3l + 6m - 3 = 0 \cdots ①$　（∵ PH ⊥ OA より）

$\overrightarrow{PH} \cdot \overrightarrow{OB} = l + m - 4 + 2l + 4m + 3l + 9m + 3 = 0$

∴ $6l + 14m - 1 = 0 \cdots ②$

② − ① × 2 より．$m = -\frac{5}{2}$, $l = 6$　∴ $\underline{\overrightarrow{OH} = \left(\frac{7}{2}, 1, -\frac{3}{2}\right)}$ //