0002111818887999

津田塾大学

2015年 学芸（国際関係） 第3問

$\boxed{3}$ $f(x)=x^2-4x+1$ とする．

(1) 関数 $y=f(|x|)$ のグラフ C をかけ．

(2) $y=ax$ $(a>0)$ で表される直線 ℓ が，C とちょうど3個の共有点をもつとする．このとき定数 a の値を求めよ．

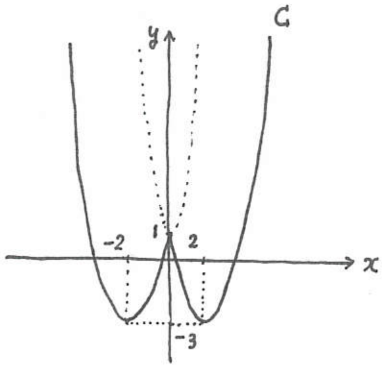
(3) ℓ と C で囲まれた図形のうち，ℓ より上側にある部分の面積を求めよ．

(1) $f(|-x|)=f(|x|)$ より，C は y 軸に関して対称であるから，

$x \geqq 0$ のときを考える

$f(|x|)=f(x)=x^2-4x+1=(x-2)^2-3$

これを y 軸に関して折り返すと右のグラフになる．



(2) C のグラフの $x \geqq 0$ の部分と ℓ は $a>0$ より，ちょうど2個の共有点をもつ

$\therefore$ C のグラフの $x<0$ の部分と ℓ は接する．

すなわち，$y=x^2+4x+1$ と $y=ax$ は $x<0$ において接する

$x^2+(4-a)x+1=0$ の判別式を D とすると，

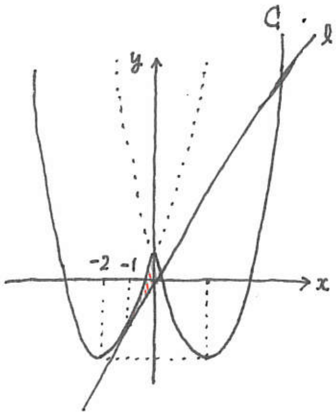
$D=(4-a)^2-4=0$　$\therefore$ $a=2, 6$

$x=-1$

このうち，接点の x 座標が負になるのは，$\underline{a=2}$ //

(3) $y=x^2-4x+1$ と ℓ の交点の x 座標を求めると，

$x^2-6x+1=0$ より，$x=3\pm2\sqrt{2}$　小さい方を α とおくと，右図より，



$$S=\int_{-1}^{0} x^2+4x+1-2x\,dx+\int_{0}^{\alpha} x^2-4x+1-2x\,dx$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}+x^2+x\right]_{-1}^{0}+\left[\frac{x^3}{3}-3x^2+x\right]_{0}^{\alpha}$$

$$=-\left(-\frac{1}{3}+1-1\right)+\frac{\alpha^3}{3}-3\alpha^2+\alpha$$

$\alpha^2=6\alpha-1$ を使って次数下げ

$$=\frac{1}{3}+\frac{\alpha}{3}\cdot(6\alpha-1)-3(6\alpha-1)+\alpha$$

$$=\frac{1}{3}+2(6\alpha-1)-\frac{\alpha}{3}-18\alpha+3+\alpha$$

$$=-\frac{16}{3}(3-2\sqrt{2})+\frac{4}{3}$$

$$=\underline{\frac{4}{3}(8\sqrt{2}-11)}$$ //