

2012年学芸(英文)第2問


 数理
石井K

2 指数関数 $y = 2^x$ のグラフを C とするとき、次の問に答えよ。

- (1) 点 $A(2, -5)$ と C 上の点 $P(x, 2^x)$ の中点 Q の座標を求めよ。
 (2) 点 P が C 上を動くとき、点 Q の描く軌跡 C' の方程式を求めよ。
 (3) 曲線 C と曲線 C' の交点の座標を求めよ。

$$(1) \underline{Q\left(\frac{2+x}{2}, \frac{2^x-5}{2}\right)} "$$

$$(2) Q(x, Y) \text{ とおくと (1) より, } X = \frac{1}{2}x + 1, Y = \frac{1}{2}(2^x - 5)$$

$$\text{これらの式から } x \text{ を消去して, } Y = 2^{2X-3} - \frac{5}{2}$$

$$\therefore \underline{C': y = 2^{2x-3} - \frac{5}{2}} "$$

$$(3) 2^x = 2^{2x-3} - \frac{5}{2} \text{ を解くと,}$$

$$\frac{1}{8}(2^x)^2 - 2^x - \frac{5}{2} = 0$$

$$\therefore (2^x)^2 - 8 \cdot 2^x - 20 = 0$$

$$(2^x - 10)(2^x + 2) = 0$$

$$\begin{aligned} & \swarrow 2^x > 0 \text{ より, } 2^x + 2 > 0 \\ & \therefore 2^x = 10 \end{aligned}$$

$$\therefore x = \log_2 10$$

$$\therefore \text{交点は } \underline{(\log_2 10, 10)} "$$