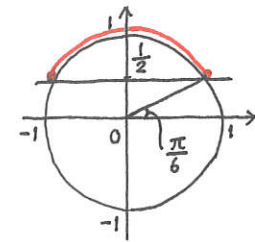


2012年文系2第1問

1 次の問いに答えよ。

(1)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき, 不等式  $\sin \theta \geq \frac{1}{2}$  を満たす  $\theta$  の値の範囲を求めよ。(2)  $\theta$  が (1) で求めた範囲を動くとき,  $f(\theta) = \sin \theta + \cos \theta$  の最大値と最小値を求めよ。またそのときの  $\theta$  の値を求めよ。(1) 右の図より,  $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{5}{6}\pi$  //(2)  $f(\theta) = \sin \theta + \cos \theta$ 

$$= \sqrt{2} \left( \sin \theta \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \cos \theta \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$= \sqrt{2} \sin \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right)$$

ここで,  $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{5}{6}\pi$  より,  $\frac{5}{12}\pi \leq \theta + \frac{\pi}{4} \leq \frac{13}{12}\pi$ 

∴ 右の図より,

$$\text{最大値は } \sqrt{2} \text{ でそのとき, } \theta + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \quad \therefore \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{最小値をとるのは, } \theta + \frac{\pi}{4} = \frac{13}{12}\pi \quad \therefore \theta = \frac{5}{6}\pi$$

$$f\left(\frac{5}{6}\pi\right) = \sin \frac{5}{6}\pi + \cos \frac{5}{6}\pi$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

まとめると,

$$\text{最大値 } \sqrt{2} \text{ (}\theta = \frac{\pi}{4} \text{ のとき), 最小値 } \frac{1-\sqrt{3}}{2} \text{ (}\theta = \frac{5}{6}\pi \text{ のとき) } //$$

