福島県立医科大学

2014年 医学部 第1問

1 以下の各問いに答えよ．

(1) a は実数とする．極限 $\lim_{x \to +0} \int_x^2 t^a \, dt$ を調べよ．

(2) α，β $\left(0 < \alpha \leqq \beta < \frac{\pi}{2}\right)$ が $\tan\alpha \tan\beta = 1$ を満たすとき，$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ であることを示せ．

(3) 点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ が楕円 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ の上を動くとき，$3x^2 - 16xy - 12y^2$ の値が最大になる点Pの座標を求めよ．

(4) 公正なサイコロを2回振り，1回目に出た目を a，2回目に出た目を b とする．また，公正なコインを1回投げ，表が出たら $c = 1$，裏が出たら $c = -1$ とする．Oを原点とする座標平面上の2点A，Bを $\mathrm{A}(a,\ b)$，$\mathrm{B}(b,\ ca)$ と定める．次の問いに答えよ．

(i) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ が垂直になる確率を求めよ．

(ii) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ が平行になる確率を求めよ．

(iii) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ の期待値を求めよ．

(iv) △OABの面積の期待値を求めよ．ただし，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ が平行になるときは面積を0とする．