2017 年 理工学部 第 3 問

3 座標平面上に 2 点 A，B を以下のようにとる．

$x$ 軸の正の部分を始線とし，角 $\theta$ の動径と原点 O を中心とする半径 2 の円との交点を A とし，角 $2\theta$ の動径と原点 O を中心とする半径 1 の円との交点を B とする．

さらに，A に最も近い $x$ 軸上の点を P とし，B に最も近い $x$ 軸上の点を Q とする．ただし，A が $x$ 軸上にあるときは A 自身を P とし，B が $x$ 軸上にあるときは B 自身を Q とする．次の問いに答えよ．

(1) $0 < \theta < \pi$ の範囲で三角形 OAB の面積と辺 AB の長さを $\theta$ で表せ．

(2) $0 \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲で線分 PQ の長さを $\theta$ で表せ．

(3) $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で線分 PQ の長さの最大値と，その時の $\theta$ の値を求めよ．

(4) $0 \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲で線分 PQ の長さが $\dfrac{5}{4}$ となるときの $\cos\theta$ の値を求めよ．