

2017年工学部・情報工学部 第4問

4 数1と数2の並びを考える. たとえば, 1, 2, 1の順の並びを(1, 2, 1)で表す. 和が自然数 $n$ となるような数1と数2の並びの集合を $S_n$ と表し,  $S_n$ の要素の個数を $a_n$ とする. たとえば,  $n=3$ のとき,  $3=2+1=1+2=1+1+1$ となるので,  $S_3 = \{(2, 1), (1, 2), (1, 1, 1)\}$ ,  $a_3 = 3$ となる. 次に答えよ.

- (1)  $a_4$  および  $a_5$  を求めよ.
- (2)  $a_{n+2}$  を  $a_{n+1}$  と  $a_n$  で表せ.
- (3)  $\sum_{i=1}^n a_i = a_{n+2} - 2$  となることを示せ.
- (4)  $S_{n+3}$  から並びを一つ選ぶとき, その並びの1番目の数が1となる確率を  $a_{n+1}$  と  $a_{n+2}$  を用いて表せ.
- (5)  $S_{n+3}$  から並びを一つ選ぶとき, その並びの2番目の数が2となる確率を  $a_{n+1}$  と  $a_{n+2}$  を用いて表せ.
- (6)  $S_{n+4}$  から並びを一つ選ぶ. 選んだ並びの2番目の数が2であるとき, その並びの1番目の数が1である確率を  $a_{n+1}$  と  $a_{n+2}$  を用いて表せ.