

2011年文系第4問

4 N, a, b は正の整数とする。箱の中に赤玉が a 個、白玉が b 個入っている。箱から無作為に1個の玉を取り出し、色を記録して箱に戻す。この操作を繰り返し、同じ色の玉が2回続けて出るか、または取り出す回数が $2N + 2$ になったら終了する。 n 回取り出して終わる確率を $P(n)$ とし、 $p = \frac{a}{a+b}$, $q = \frac{b}{a+b}$, $r = pq$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) $P(2j), P(2j+1)$ ($j = 1, 2, \dots, N$) および $P(2N+2)$ を r を用いて表せ。

(2) 偶数回取り出して終わる確率 $Q = \sum_{j=1}^{N+1} P(2j)$ について、 $Q > \frac{1-2r}{1-r}$ となることを示せ。