

2015年医学部第4問

4 次の問いに答えよ。

(1) 次の不定積分を求めよ。

①  $\int t \sin t \, dt$

②  $\int t^2 \cos t \, dt$

座標平面の原点を  $O$  とする. 点  $A(0, 1)$  を中心とし半径  $1$  の円  $C$  上の  $x \geq 0$  の範囲にある点  $P(x_p, y_p)$  に対して, 線分  $OP$  と  $x$  軸の正の部分とのなす角を  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ) とする. また,  $P$  における  $C$  の接線上に点  $Q(x_q, y_q)$  を次の条件をみたすようにとる.

- $y_q \leq y_p$
- 線分  $PQ$  の長さは,  $C$  上の弧  $OP$  (ただし弧全体が  $x \geq 0$  に存在する方) の長さに等しい
- $P$  の座標が  $(0, 2)$  のときは  $x_q = \pi$  となるように  $Q$  をとる
- $P$  が  $O$  と一致する場合は  $Q$  も  $O$  とし,  $\theta = 0$  とする

(2)  $P$  の座標を  $\theta$  を用いて表せ.(3)  $Q$  の座標を  $\theta$  を用いて表せ.(4)  $P$  が  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  の範囲を動くとき,  $y_q$  の最大値と最小値を求めよ.(5)  $P$  が  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  の範囲を動くとき,  $Q$  の描く曲線と  $y$  軸および直線  $y = 2$  で囲まれる部分の面積を求めよ.