

2012年 理工（物理・応用生物科・経営工）第2問

2 Oを原点とする座標平面において、点(1, 1)を点(5, 5)に、点(1, -7)を点(-3, 21)に移す1次変換を  $f$  とする。  $f$  による点  $P$  の像を点  $Q$  とするとき、  $P$  に対して内積の条件

$$\vec{OP} \cdot \vec{PQ} = 0 \quad (*)$$

を考える。

- (1)  $f$  を表す行列を求めよ。
- (2) 条件 (\*) を満たす点  $P(x, y)$  の軌跡は2直線となる。この2直線の方程式を求めよ。  
実数  $a \geq 0$  に対して、  
「点  $(a, 0)$  を中心とする半径1の円周上の点  $P$  で、条件 (\*) を満たすものがちょうど2つある」 (\*\*)  
とする。この2点を  $P_1(x_1, y_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2)$  とするとき、  $i = 1, 2$  に対して、  $P_i$  の  $f$  による像を  $Q_i$  とし、  $\triangle OP_iQ_i$  の面積を  $S_i$  とする。
- (3) 上の条件 (\*\*) を満たす  $a$  の値の範囲を求めよ。
- (4)  $S_i$  を  $y_i$  を用いて表せ。また、和  $S_1 + S_2$  の値を  $a$  を用いて表せ。