



2012年 理学部・医学部 第4問

4 次の問いに答えよ.

(1) 次の不定積分を求めよ.

$$\int \log(1+x) dx$$

(2) 関数  $f(x)$  が区間  $[0, 1]$  で連続な増加関数であって、常に  $f(x) \geq 0$  であるものとする. また,  $n$  を自然数とする. このとき, 次の不等式が成り立つことを示せ.

$$0 \leq \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) - \int_0^1 f(x) dx \leq \frac{1}{n} \{f(1) - f(0)\}$$

(3)  $f(x) = \log(1+x)$  に対して (2) の結果を用いて, 次の極限值を求めよ.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{n} \log \left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right) \cdots \left(1 + \frac{n}{n}\right) \right\} \right]$$