



2011年 医学部 第1問

1 以下の問いに答えよ.

(1) O を原点とする座標平面上, 直線 $y = kx$ (k は定数) に関する対称移動を f で表す. また座標平面上の点 P に対して, 直線 OP を O を中心として角 $\frac{\pi}{4}$ だけ回転して得られる直線 l に P から下ろした垂線と l の交点を Q とし, P を Q に移す移動を g で表す. ただし O は g により O 自身に移動するものとする. f, g をこの順に続けて行って得られる移動 (合成変換 $g \circ f$) を表す行列を A とおくと, A およびその逆行列 A^{-1} を求めよ.

(2) 2 次の正方行列 $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対して, $T(M) = a + d$, $D(M) = ad - bc$ と定める. このとき以下の命題を証明せよ.

「すべての自然数 n に対して $T(M^n) = \{T(M)\}^n$ が成り立つことと, $D(M) = 0$ であることは, 互いに同値である。」