

2013年理系2第5問

5 行列  $A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$  を考える. また,  $E$  を単位行列とする.

(1)  $A = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$  ( $0 \leq \theta < 2\pi$ ) と表すと,  $\theta = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$  である.

(2)  $E + A + A^2 = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ウ}} & -\sqrt{\boxed{\text{エ}}} \\ \sqrt{\boxed{\text{オ}}} & \boxed{\text{カ}} \end{pmatrix}$ ,  $A^3 = \begin{pmatrix} \boxed{\text{キ}} & \boxed{\text{ク}} & \boxed{\text{ケ}} \\ \boxed{\text{コ}} & \boxed{\text{サ}} & \boxed{\text{シ}} \end{pmatrix}$ ,  $E + A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5 = \begin{pmatrix} \boxed{\text{ス}} & \boxed{\text{セ}} \\ \boxed{\text{ソ}} & \boxed{\text{タ}} \end{pmatrix}$  である.

(3)  $E + A + A^2 + A^3 + \dots + A^{20} = \begin{pmatrix} \boxed{\text{チ}} & -\sqrt{\boxed{\text{ツ}}} \\ \sqrt{\boxed{\text{テ}}} & \boxed{\text{ト}} \end{pmatrix}$  である.