



2012年 第3問

3 曲線  $C: y = \log x$  ( $x > 0$ ) を考える. 自然数  $n$  に対して, 曲線  $C$  上に点  $P(e^n, n)$ ,  $Q(e^{2n}, 2n)$  をとり,  $x$  軸上に点  $A(e^n, 0)$ ,  $B(e^{2n}, 0)$  をとる. 四角形  $APQB$  を  $x$  軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を  $V(n)$  とする. また, 線分  $PQ$  と曲線  $C$  で囲まれる部分を  $x$  軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を  $S(n)$  とする.

(1)  $V(n)$  を  $n$  の式で表せ.

(2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S(n)}{V(n)}$  を求めよ.