



2015年 第4問

4  $f(x) = \log(e^x + e^{-x})$  とおく. 曲線  $y = f(x)$  の点  $(t, f(t))$  における接線を  $l$  とする. 直線  $l$  と  $y$  軸の交点の  $y$  座標を  $b(t)$  とおく.

(1) 次の等式を示せ.

$$b(t) = \frac{2te^{-t}}{e^t + e^{-t}} + \log(1 + e^{-2t})$$

(2)  $x \geq 0$  のとき,  $\log(1 + x) \leq x$  であることを示せ.

(3)  $t \geq 0$  のとき,

$$b(t) \leq \frac{2}{e^t + e^{-t}} + e^{-2t}$$

であることを示せ.

(4)  $b(0) = \lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x \frac{4t}{(e^t + e^{-t})^2} dt$  であることを示せ.