



2015 年 第 6 問

6 α を実数でない複素数とし, β を正の実数とする. 以下の問いに答えよ. ただし, 複素数 w に対してその共役複素数を \bar{w} で表す.

- (1) 複素数平面上で, 関係式 $\alpha\bar{z} + \bar{\alpha}z = |z|^2$ を満たす複素数 z の描く図形を C とする. このとき, C は原点を通る円であることを示せ.
- (2) 複素数平面上で, $(z - \alpha)(\beta - \bar{\alpha})$ が純虚数となる複素数 z の描く図形を L とする. L は (1) で定めた C と 2 つの共有点をもつことを示せ. また, その 2 点を P, Q とするとき, 線分 PQ の長さを α と $\bar{\alpha}$ を用いて表せ.
- (3) β の表す複素数平面上的点を R とする. (2) で定めた点 P, Q と点 R を頂点とする三角形が正三角形であるとき, β を α と $\bar{\alpha}$ を用いて表せ.